Вестник Тюменского государственного университета.
Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Том 1. № 2(2). 142-152

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

© **С. П. БАУТИН, О. Д. ЗОРИНА**
Уральский государственный университет путей сообщения
SBautin@usurt.ru

УДК 533.6

БЕСКОНЕЧНАЯ СИСТЕМА ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

INFINITE SYSTEM OF THE ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS NECESSARY FOR THE SOLUTION OF ONE INITIAL AND REGIONAL TASK, BY MEANS OF TRIGONOMETRICAL RANKS

Целью работы является описание специальных течений газа, вызванных перепадом температур по длине трубопровода. Модель, описанная в работе, может только на качественном уравне передать детальное движение газа. Тем не менее использованная математическая модель адекватно передает течение, возникающее в газовых трубопроводах.

Нестационарные решения полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае строятся с помощью бесконечных тригонометрических рядов и тем самым моделируются течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа. Рассматривается случай, когда начальные условия для полной системы уравнений Навье–Стокса передают однородный покоящийся газ. А в качестве итогового состояния требуется получить состояние неоднородного покоя с линейным профилем температуры. Для построения решения поставленной задачи используются специальные представления тригонометрических рядов, коэффициенты которых являются искомыми функциями от времени. Для искомых коэффициентов с помощью процедуры проецирования выписана бесконечная система обыкновенных дифферен-

циальных уравнений в нормальной форме. Благодаря конкретным тождественным преобразованиям система существенно упрощена: в правых частях уравнений отсутствуют двойные суммы.

Non-stationary solutions of full system of the equations of Navier–Stokes in a one-dimensional case are under construction by means of infinite trigonometrical series and thereby currents of the compressed viscous heat-conducting gas are modelled. The case when entry conditions for the full system of the equations of Navier–Stokes transfer the uniform based gas is considered. And as a total state it is required to come into a fortune of non-uniform rest with a linear profile of the temperature. For creation of the solution of objective special representations of trigonometrical ranks which coefficients are required functions from time are used. For required coefficients by means of procedure of projection the infinite system of the ordinary differential equations in a normal form is written out. Thanks to concrete identical transformations the system is significantly simplified: in the right parts of the equations there are no double sums.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Одномерные течения, сжимаемый вязкий теплопроводный газ, полная система уравнений Навье–Стокса, тригонометрические ряды.

KEY WORDS. One-dimensional flows, compressed viscous heat-conducting gas, whole system of Navier–Stokes equations, trigonometric series.

Во многих задачах расчета параметров природного газа в трубопроводах и каналах используются одномерные и квазиодномерные расчетные модели. Аналитическое построение точных и приближенных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа вызывает большие трудности [1–4]. В работах [5–10] предложена методика моделирования одномерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа, в которой газодинамические параметры представлены в виде бесконечных сумм гармоник от пространственной переменной с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени.

Движение сжимаемого газа при учете физических эффектов вязкости и теплопроводности описывается решением полной системой уравнений Навье–Стокса [4; 9]. В работах С. П. Баутина и В. Е. Замыслова [5; 7; 8] предложен конкретный метод приближенного построения решений этой системы. Те решения, которые построены в этих работах, описывают переход газа от некоторого начального неоднородного состояния к состоянию однородного покоя. В данной работе предложенной в [5–10] методикой строится одно течение, передающее переход от однородного состояния покоя к неоднородному состоянию покоя. Ранее подобная задача была решена методом разложения по малому параметру [4]. В настоящей работе выписана бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений, для которой заданы конкретные начальные условия. Решения этой системы являются коэффицентами бесконечных тригонометрических рядов, задающих одномерное течение сжимаемого вязкого теплопроводного газа.

Рассматривается следующая квазилинейная система уравнений с частными производными [4-9]:

$$\begin{cases} \delta_t = \delta u_x - u\delta_x; \\ u_t = -uu_x - \dfrac{1}{\gamma}\delta p_x + \mu_0 \delta u_{xx}; \\ p_t = -up_x - \gamma p u_x + n_0 p\delta_{xx} + 2n_0 p_x \delta_x + n_0 \delta p_{xx} + \mu_0 \gamma(\gamma-1)u_x^2, \end{cases} \quad (1)$$

где t — время; x — пространственная координата; δ — удельный объем; u — скорость газа; p — давление газа; γ, μ_0, n_0 — константы. Формулы для нахождения плотности, температуры и внутренней энергии имеют следующий вид:

$$\rho = \frac{1}{\delta}, \; T = \delta p, \; e = T. \quad (2)$$

Для системы (1) в момент времени $t = 0$ заданы начальные условия:

$$\begin{cases} \delta|_{t=0} = 1, \\ u|_{t=0} = 0, \\ p|_{t=0} = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Решение поставленной задачи будет строиться в следующем виде:

$$\delta(t,x) = 1 + Ax + \delta_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty}\delta_k(t)\cos(kx),$$

$$u(t,x) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\sin(kx), \quad (4)$$

$$p(t,x) = 1 + p_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} p_k(t)\cos(kx),$$

где коэффициенты перед гармониками и коэффициенты $\delta_0(t), p_0(t)$ есть искомые функции от времени.

Подобный вид, но без слагаемого Ax в представлении для функции, предложен в работах [5-9]. В отличие от разложений в этих работах, здесь для функции $\delta(t, x)$ вводится указанное слагаемое Ax, константа A не равна нулю. Введение этого слагаемого обусловлено газодинамическим смыслом рассматриваемой в настоящей работе задачи.

В отличие от классических рядов Фурье, в представлениях разных функций используются различные гармоники. Использование предложенного набора функций соответствует идее метода Галеркина: приближение искомых функций заранее выбранным специальным набором базисных функций.

Для того чтобы удовлетворить последним двум из начальных условий (3), необходимо значения коэффициентов в представлениях (4) для скорости и давления в начальный момент времени $t = 0$ задать следующим образом:

$$\begin{aligned} &u_k(0) = p_0(0) = p_k(0) = 0;\ k = 1,2,3,... \\ &\delta_0(0) = \delta_0^0,\ \delta_k(0) = \delta_k^0;\ k = 1,2,3,... \end{aligned} \tag{5}$$

При учете представлений (4) начальные значения коэффициентов функции δ берутся следующие:

$$\delta_0^0 = -\frac{\pi A}{2};\ \delta_k^0 = \begin{cases} \dfrac{4A}{\pi k^2}, & k \text{ — нечетное} \\ 0, & k \text{ — нечетное} \end{cases} \quad k = 1, 2, 3, ... \tag{6}$$

Цель работы заключается в описании перехода с ростом времени от решения:

$$\begin{cases} \delta(t, x) = 1, \\ u(t, x) = 0, \\ p(t, x) = 1, \end{cases} \tag{7}$$

где δ, p, u зависят от t и x; δ и p равны 1, а u равно нулю, следовательно, газ находится в покое, к решению:

$$\begin{cases} \delta(t, x) = 1 + Ax, \quad A \neq 0, \\ u(t, x) = 0, \\ p(t, x) = \text{const}, \end{cases} \tag{8}$$

где u также равно нулю; p — константа, а δ представлена в виде линейной функции от x.

Чтобы построить решение задачи в требуемом виде, необходимо определить все коэффициенты $\delta_0(t)$, $\delta_k(t)$, $u_k(t)$, $p_0(t)$, $p_k(t)$, $k = 1, 2, 3, ...$

Коэффициент $\delta_0(t)$ определяется следующим образом. Представления (4) подставляется в первое уравнение системы (1), раскрываются скобки и обе части уравнения интегрируются по x на отрезке $[0, \pi]$. С учетом значений конкретных интегралов получается:

$$\delta_0'(t) = -\frac{4A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)}u_{2k-1}(t) + \sum_{k=1}^{\infty}k\delta_k(t)u_k(t). \tag{9}$$

Имеем обыкновенное дифференциальное уравнение для $\delta_0(t)$ в нормальной форме, в правой части которого стоят искомые $\delta_k(t)$, $u_0(t)$, где $k = 1, 2, 3, ...$

Для получения уравнения для $\delta'_l(t)$ надо в первое уравнение системы (1) подставить представления (4), умножить на cos (lx) и проинтегрировать по x на отрезке $[0, \pi]$.

Для получения уравнения для $u'_l(t)$ надо во второе уравнение системы (1) подставить представления (4), умножить на sin (lx) и проинтегрировать по x на отрезке $[0, \pi]$.

Для получения уравнения для $p'_0(t)$ надо в третье уравнение системы (1) подставить представления (4), проинтегрировать по x на отрезке $[0, \pi]$.

Для получения уравнения для $p'_l(t)$ надо в третье уравнение системы (1) подставить представления (4), умножить на cos (lx) и проинтегрировать по x на отрезке $[0, \pi]$.

Во всех перечисленных случаях $l = 1, 2, 3, \ldots$

В результате получается следующая бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\delta_0'(t) = -\frac{4A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)}u_{2k-1}(t) + \sum_{k=1}^{\infty} k\,\delta_k(t)u_k(t); \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\delta'_\ell(t) = \ell u_\ell(t) + \frac{2A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}kI_{1,k,\ell}u_k(t) + \delta_0(t)\ell u_\ell(t) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_{k,m,\ell}\delta_k(t)mu_m(t) - \\ -\frac{2A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}I_{2,k,\ell}u_k(t) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{k,m,\ell}u_k(t)m\delta_m(t);\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}u'_\ell(t) = -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{k,\ell,m}u_k(t)mu_m(t) + \\ +\frac{1}{\gamma}\ell p_\ell(t) + \frac{2A}{\pi\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}kI_{3,k,\ell}p_k(t) + \frac{\delta_0(t)}{\gamma}\ell p_\ell(t) + \\ +\frac{1}{2\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{m,\ell,k}\delta_k(t)mp_m(t) - \mu_0\ell^2u_\ell(t) - \frac{2\mu_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}k^2I_{3,k,\ell}u_k(t) - \\ -\mu_0\delta_0(t)\ell^2u_\ell(t) - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{m,\ell,k}\delta_k(t)m^2u_m(t);\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}p'_0(t) = \frac{(1-\gamma)}{2}\sum_{k=1}^{\infty}ku_k(t)p_k(t) - \\ -\frac{6n_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}p_{2k-1}(t) + \frac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2}\sum_{k=1}^{\infty}k^2u_k^2(t);\end{aligned} \tag{13}$$

$$
\begin{gathered}
p_\ell'(t)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{k,m,\ell}u_k(t)mp_m(t)-\\
-\gamma[1+p_0(t)]\ell u_\ell(t)-\frac{\gamma}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_{k,m,\ell}p_k(t)mu_m(t)-\\
-n_0[1+p_0(t)]\ell^2\delta_\ell(t)-\frac{n_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_{k,m,\ell}p_k(t)m^2\delta_m(t)-\\
-\frac{4n_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}I_{2,k,\ell}kp_k(t)+n_0\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}b_{k,m,\ell}kp_k(t)m\delta_m(t)-\\
-n_0[1+\delta_0(t)]\ell^2p_\ell(t)-\frac{2n_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}I_{1,k,\ell}k^2p_k(t)-\\
-\frac{n_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_{k,m,\ell}\delta_k(t)m^2p_m(t)+\frac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2}\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_{k,m,\ell}ku_k(t)mu_m(t).
\end{gathered}
\tag{14}
$$

Коэффициенты в приведенной системе обыкновенных дифференциалиных уравнений имеют следующий вид:

$$
\begin{gathered}
a_{k,m,\ell}=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(kx)\cos(mx)\cos(\ell x)dx=\\
=\begin{cases}1, & \text{если } \ell=k+m \text{ или } \ell=|k-m|;\\ 0, & \text{в остальных случаях;}\end{cases}
\end{gathered}
\tag{15}
$$

$$
\begin{gathered}
b_{k,m,\ell}=\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi}\sin(kx)\sin(mx)\cos(\ell x)dx=\\
=\begin{cases}1, & \text{если } \ell=|k-m|;\\ -1, & \text{если } \ell=k+m;\\ 0, & \text{в остальных случаях;}\end{cases}
\end{gathered}
\tag{16}
$$

$$
\begin{gathered}
I_{1,k,\ell}=\int_0^{\pi}x\cos(kx)\cos(\ell x)dx=\\
=\begin{cases}\dfrac{\pi^2}{4}, & \text{если } k=\ell;\\ 0, & \text{если } k\neq\ell \text{ и } (k+\ell) \text{ четное число;}\\ -2\dfrac{(k^2+\ell^2)}{(k^2-\ell^2)^2}, & \text{если } k\neq\ell \text{ и } (k+\ell) \text{ нечетное число;}\end{cases}
\end{gathered}
\tag{17}
$$

$$I_{2,k,\ell} = \int_0^{\pi} \sin(kx)\cos(\ell x)dx =$$
$$= \begin{cases} 0, & \text{если } (k+\ell) \text{ четное число;} \\ \dfrac{2k}{(k^2-\ell^2)}, & \text{если } (k+\ell) \text{ нечетное число;} \end{cases} \tag{18}$$

$$I_{3,k,\ell} = \int_0^{\pi} x\sin(kx)\sin(\ell x)dx =$$
$$= \begin{cases} \dfrac{\pi^2}{4}, & \text{если } k=\ell; \\ 0, & \text{если } k\neq\ell \text{ и } (k+\ell),(k-\ell) \text{ четные;} \\ -4\dfrac{k\ell}{(k^2-\ell^2)^2}, & \text{если } k\neq\ell \text{ и } (k+\ell),(k-\ell) \text{ нечетные.} \end{cases}$$

В уравнениях системы (11), (12) и (14) в правой части стоят двойные суммы. Чтобы существенно уменьшить объем вычислений, перейдем от двойных сумм к одинарным, используя значения коэффициентов (16-19). В результате получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

При $l = 1$:

$$\delta'_\ell(t) = u_1(t) + \tfrac{2A}{\pi}\sum_{k=2}^{\infty} kI_{1,k,\ell}u_k(t) + \delta_0(t)u_1(t) + \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[k\delta_{k+1}(t)u_k(t) + (k+1)\delta_{k+1}(t)$$
$$-\frac{2A}{\pi}\sum^{\infty} kI_{2,k,\ell}u_k(t) + \frac{1}{2}\sum^{\infty}[(k+1)\delta_{k+1}(t)u_k(t) + k\delta_k(t)u_{k+1}(t)]; \tag{19}$$

$$u'_\ell(t) = -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[ku_{k+1}(t)u_k(t) - (k+1)u_k(t)u_{k+1}(t)] +$$
$$+\frac{1}{\gamma}p_1(t) + \frac{2A}{\pi\gamma}\sum_{k=1}^{\infty} kI_{3,k,1}p_k(t) + \frac{\delta_0(t)}{\gamma}p_1(t) +$$
$$+\frac{1}{2\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}[\delta_k(t)p_{k+1}(t) - \delta_{k+1}(t)p_k(t)] - \mu_0 1^2 u_1(t) - \frac{2\mu_0 A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} k^2 I_{3,k,\ell}u_k(t) - \tag{20}$$
$$-\mu_0\delta_0(t)1^2u_1(t) - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[\delta_k(t)(k+1)^2u_{k+1}(t) - \delta_{k+1}(t)k^2u_k(t);$$

$$p_\ell'(t) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[u_{k+1}(t)kp_k(t) + u_k(t)(k+1)p_{k+1}(t)] -$$

$$-\gamma\,[1+p_0(t)]\,u_1(t) - \frac{\gamma}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[p_{k+1}(t)ku_{k+1}(t) + p_k(t)(k+1)u_{k+1}(t)] -$$

$$-\varkappa_0\,[1+p_0(t)]\,1^2\delta_1(t) - \frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[p_{k+1}(t)k^2\delta_k(t) + p_k(t)(k+1)^2\delta_{k+1}(t)] -$$

$$-\frac{4\varkappa_0 A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} I_{2,k,\ell}kp_k(t) + \varkappa_0\sum_{k=1}^{\infty}[(k+1)p_{k+1}(t)k\delta_k(t) + (k+1)p_k(t)k\delta_{k+1}(t)] -$$

$$-\varkappa_0\,[1+\delta_0(t)]\,1^2p_1(t) - \frac{2\varkappa_0 A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} I_{1,k,\ell}k^2p_k(t) - \tag{21}$$

$$-\frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[\delta_{k+1}(t)kp_k(t) + \delta_k(t)(k+1)p_{k+1}(t)] +$$

$$+\frac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[(k+1)u_{k+1}(t)ku_k(t) + (k+1)u_{k+1}(t)ku_k(t)]$$

При $l \geq 2$:

$$\delta_\ell'(t) = \ell u_\ell(t) + \tfrac{2A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} kI_{1,k,\ell}u_k(t) + \delta_0(t)\ell u_\ell(t) + \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[k\delta_{k+\ell}(t)u_k(t) +$$

$$+ (k+\ell)\delta_k(t)u_{k+\ell}(t)] + \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{\ell-1} k\delta_{\ell-k}(t)u_k(t) - \tag{22}$$

$$-\frac{2A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty} kI_{2,k,\ell}u_k(t) + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[(k+\ell)\delta_{k+\ell}(t)u_k(t) + k\delta_k(t)u_{k+\ell}(t)] - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\iota-k} k\delta_k(t)u_{\ell-k}(t);$$

$$u_\ell'(t) = -\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[ku_{k+\ell}(t)u_k(t) - (k+\ell)u_k(t)u_{k+\ell}(t)] - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\ell-1} ku_{\ell-k}(t)u_k(t) +$$

$$+\frac{1}{\gamma}p_1(t) + \frac{2A}{\pi\gamma}\sum_{k=1}^{\infty} kI_{3,k,1}p_k(t) + \frac{\delta_0(t)}{\gamma}p_1(t) + \frac{1}{2\gamma}\sum_{k=1}^{\infty}[(k+\ell)\delta_k(t)p_{k+\ell}(t) - k\delta_{k+\ell}(t)p_k(t)] +$$

$$
+\frac{1}{2\gamma}\sum_{k=1}^{\ell-k}k\delta_{\ell-k}(t)p_k(t)-\mu_0\ell^2u_\ell(t)-\frac{2\mu_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}k^2I_{3,k,\ell}u_k(t)-
$$

$$
-\mu_0\delta_0(t)\ell^2u_\ell(t)-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[\delta_k(t)(k+\ell)^2u_{k+\ell}(t)+\delta_{k+\ell}(t)k^2u_k(t)]-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\ell-k}[\delta_{\ell-k}(t)k^2u_k(t); \tag{23}
$$

$$
p'_\ell(t)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[u_{k+\ell}(t)kp_k(t)+u_k(t)(k+\ell)p_{k+\ell}(t)]-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\ell-k}u_{\ell-k}(t)kp_k(t)-
$$

$$
-\gamma\,[1+p_0(t)]\,u_1(t)-\frac{\gamma}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[p_{k+1}(t)ku_{k+1}(t)+p_k(t)(k+1)u_{k+1}(t)]-
$$

$$
-\varkappa_0\,[1+p_0(t)]\,\ell^2\delta_\ell(t)-\frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[p_{k+\ell}(t)k^2\delta_k(t)+p_k(t)(k+\ell)^2\delta_{k+\ell}(t)]-\frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\ell-1}p_{\ell-k}(t)k^2\delta_k(t)-
$$

$$
-\frac{4\varkappa_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}I_{2,k,\ell}kp_k(t)+\varkappa_0\sum_{k=1}^{\infty}[(k+\ell)p_{k+\ell}(t)k\delta_k(t)+(k+\ell)p_k(t)k\delta_{k+\ell}(t)]-
$$

$$
-\varkappa_0\sum_{k=1}^{\ell-1}(\ell-k)p_{\ell-k}(t)k\delta_k(t)-\varkappa_0\,[1+\delta_0(t)]\,\ell^2p_\ell(t)-\frac{2\varkappa_0A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}I_{1,k,\ell}k^2p_k(t)- \tag{24}
$$

$$
-\frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[\delta_{k+\ell}(t)k^2p_k(t)+\delta_k(t)(k+\ell)^2p_{k+\ell}(t)]-\frac{\varkappa_0}{2}\sum_{k=1}^{\ell-k}\delta_{\ell-k}(t)k^2p_k(t)+
$$

$$
+\frac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2}\sum_{k=1}^{\infty}[(k+\ell)u_{k+\ell}(t)ku_k(t)+(k+\ell)u_{k+\ell}(t)ku_k(t)]+
$$

$$
+\frac{\mu_0\gamma(\gamma-1)}{2}\sum_{k=1}^{\ell-k}(\ell-k)u_{\ell-k}(t)ku_k(t).
$$

Бесконечные системы обыкновенных дифференциальных уравнений (19-24) являются требуемыми системами для определения коэффициентов представлений (4), с помощью которых решается поставленная задача.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баутин С. П. Представление решений системы уравнений Навье–Стокса в окрестности контактной характеристики // Прикладная математика и механика. 1987. 51. Вып. 4. С. 574-584.

2. Баутин С. П. Аналитическое построение течений вязкого газа с помощью последовательности линеризованных систем Навье–Стокса // Прикладная математика и механика. 1988. Т. 52. Вып. 4. С. 579-589.

3. Баутин С. П. Характеристические поверхности в течениях газа // Прикладная математика и механика. 2001. Т. 65. Вып. 5. С. 862-875.

4. Баутин С. П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.

5. Баутин С. П., Замыслов В. Е. Представление приближенных решений полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17. № 3. С. 3-12.

6. Замыслов В. Е., Скачков П. П. Сравнение двух приближенных методов решения одной начально-краевой задачи газовой динамики с учетом вязкости и теплопроводности // Вестник УрГУПС. 2012. № 4(16). С. 29-38.

7. Баутин С. П., Замыслов В. Е. Одномерные периодические течения вязкого теплопроводного газа // Вестник УрГУПС. 2013. № 1(17). С. 4-13.

8. Замыслов В. Е. Стоячие волны как решения полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. № 2. С. 33-45.

9. Баутин С. П., Замыслов В. Е., Скачков П. П. Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа. Новосибирск: Наука, 2014. 90 с.

10. Баутин С. П. Одно представление периодических трехмерных нестационарных решений полной системы уравнений Навье–Стокса. Препринт. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2015. 46 с.

REFERENCES

1. Bautin, S. P. Predostavlenie reshenij sistemy uravnenij Navie-Stoksa v okrestnosti kontaktnoj kharakteristiki // Prikladnaia matematika i mekhanika. 1987. 51, vip.4. Pp. 574-584.

2. Bautin, S. P. Analiticheskoe postroenie techenij viazkogo gaza s pomoschyu posledovatelnosti linerizovannykh sistem Navie-Stoksa//Prikladnaja matematika i mekhanika.1988.T. 52, vip. 4. Pp. 579-589.

3. Bautin, S. P. Kharakteristicheskie poverkhnosti v techeniakh gaza// Prikladnaja matematika i mekhanika. 2001. T. 65, vip. 5. Pp. 862-875.

4. Bautin, S. P. Characteristic Cauchy problem and its appendices in gas dynamics. Novosibirsk: Science, 2009. 368 p.

5. Bautin, S. P., Zamyslov, V. E. Submission of approximate decisions of full system of the equations of Navier-Stokes in a one-dimensional case // Computing technologies, 2012. T. 17. № 3. Pp. 3-12.

6. Zamislov, V. E., Skachkov, P. P. Sravnenie dvukh priblizhennikh metodov reshenija odnoj nachalno-kraevoj zadachi gazovoj dinamiki s uchetom viazkosti i teploprovodnosti// Vestnik UrGUPS. 2012. № 4 (16). Pp. 29-38.

7. Bautin, S. P., Zamyslov, V. E. One-dimensional periodic currents of viscous heat-conducting gas // Messenger of URGUPS. 2013. № 1(17). Pp. 4-13.

8. Zamyslov, V. E. Standing waves of full system of an uravnenya of Navier-Stokes in a one-dimensional case // Computing technologies. 2013. T. 18. № 2. Pp. 33-45.

9. Bautin, S. P., Zamislov, V. E., Skachkov, P. P. Matematicheskoe modelirovanie trigonometricheskimi rjadami odnomernykh techenij vjazkogo teploprovodnogo gaza. Novosibirsk: Nauka, 2014. 90 p.

10. Bautin, S. P. Odno predstavlenie periodicheskikh trekhmernykh nestatsionarnykh reshenij polnoj sistemy uravnenij Navie-Stoksa. Preprint. Ekaterinburg: Izd-vo UrGUPS, 2015. 46 p.

Авторы публикации

Баутин Сергей Петрович — профессор кафедры высшей и прикладной математики Уральского государственного университета путей сообщения, доктор физико-математических наук

Зорина Ольга Дмитриевна — аспирант кафедры высшей и прикладной математики Уральского государственного университета путей сообщения

Authors of the publication

Sergey P. Bautin — Professor, Department of the higher and applied mathematicsUral state university of rail way transport, Dr. Phys. and Math. Sci.

Olga D. Zorina — Postgraduate, Department of the higher and applied mathematics, Ural state university of railway transport